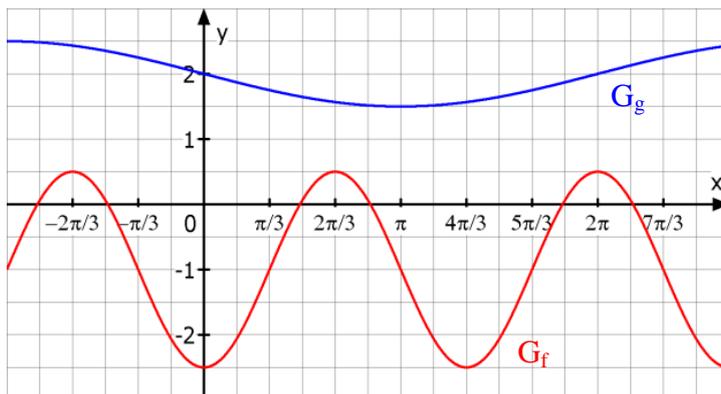


## 2. Schulaufgabe aus der Mathematik \* Klasse 10d \* 11.03.2014 \* Gruppe A

1. Das Bild zeigt die Graphen zweier Funktionen.

Geben Sie jeweils einen möglichen Funktionsterm  $f(x)$  bzw.  $g(x)$  für die Graphen  $G_f$  bzw.  $G_g$  an.



2. Fassen Sie zu einem Logarithmus zusammen und vereinfachen Sie dann.

a)  $2 \cdot \log_3 2a - \log_3 \frac{2a}{3} + \log_3 \frac{1,5}{a}$       b)  $1,5 \cdot \log_b \frac{a}{b} + \log_b \frac{b}{\sqrt{a}} - \log_b a$

3. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung zuerst exakt und dann auf zwei Dezimalstellen gerundet.

a)  $3 \cdot 4^x = 5^{-x}$       b)  $9^x - 3^{x+1} = 4$

4. Ein Holzbauer geht davon aus, dass sein Holzbestand im letzten Jahrzehnt jährlich um 3,5% gewachsen ist. Gegenwärtig beträgt dieser Holzbestand  $5500 \text{ m}^3$ .

- a) Geben Sie eine Funktion  $f(t)$  an, die den Holzbestand des Bauern in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  beschreibt. Hierbei soll  $t = 0$  den gegenwärtigen Holzbestand angeben.  
 b) Wie viele Jahre hat der Bauer zu warten, bis sein Holzbestand um mehr als  $1000 \text{ m}^3$  zugenommen hat?  
 c) Wie groß war der Holzbestand des Bauern vor zehn Jahren?

5. Bestimmen Sie graphisch die Lösung der folgenden Gleichung möglichst auf etwa eine Dezimalstelle genau.

$$2^{-x} - 3^x + 3 = 0$$

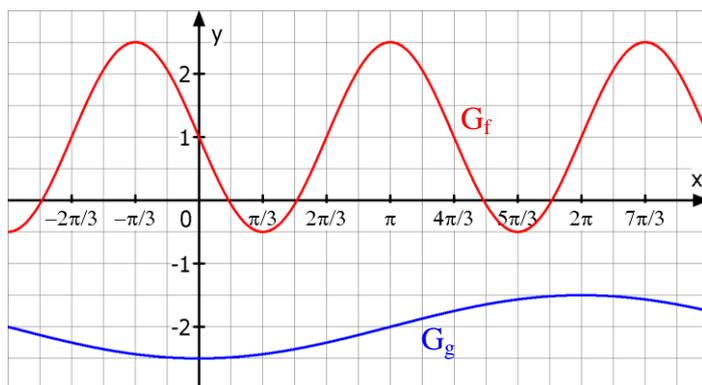
Aufgabe	1	2a	b	3a	b	4a	b	c	5	Summe
Punkte	6	3	3	3	5	2	3	2	5	32



Gutes Gelingen! G.R.

## 2. Schulaufgabe aus der Mathematik \* Klasse 10d \* 11.03.2014 \* Gruppe B

1. Das Bild zeigt die Graphen zweier Funktionen.  
Geben Sie jeweils einen möglichen Funktionsterm  $f(x)$  bzw.  $g(x)$  für die Graphen  $G_f$  bzw.  $G_g$  an.



2. Fassen Sie zu einem Logarithmus zusammen und vereinfachen Sie dann.

a)  $2 \cdot \log_2 3x - \log_2 \frac{1,5x}{2} + \log_2 \frac{1}{3x}$

b)  $1,5 \cdot \log_a \frac{b}{a} + \log_a \frac{a}{\sqrt{b}} - \log_a b$

3. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung zuerst exakt und dann auf zwei Dezimalstellen gerundet.

a)  $5 \cdot 4^x = 3^{-x}$

b)  $4^x - 2^{x+2} = 5$

4. Ein Holzbauer geht davon aus, dass sein Holzbestand im letzten Jahrzehnt jährlich um 4,5% gewachsen ist. Gegenwärtig beträgt dieser Holzbestand  $4500 \text{ m}^3$ .

- a) Geben Sie eine Funktion  $f(t)$  an, die den Holzbestand des Bauern in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  beschreibt. Hierbei soll  $t = 0$  den gegenwärtigen Holzbestand angeben.  
b) Wie viele Jahre hat der Bauer zu warten, bis sein Holzbestand um mehr als  $1000 \text{ m}^3$  zugenommen hat?  
c) Wie groß war der Holzbestand des Bauern vor zehn Jahren?

5. Bestimmen Sie graphisch die Lösung der folgenden Gleichung möglichst auf etwa eine Dezimalstelle genau.

$$3^{-x} - 2^x + 3 = 0$$

Aufgabe	1	2a	b	3a	b	4a	b	c	5	Summe
Punkte	6	3	3	3	5	2	3	2	5	32



Gutes Gelingen! G.R.

## 2. Schulaufgabe aus der Mathematik \* Klasse 10d \* 11.03.2014 \* Gruppe A \* Lösung

1. Roter Graph:  $f(x) = -1,5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{4} \cdot x\right) - 1 = -1,5 \cdot \cos(1,5 \cdot x) - 1$

Blauer Graph:  $g(x) = -0,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{4} \cdot x\right) + 2 = -0,5 \cdot \sin(0,5 \cdot x) + 2$

2. a)  $2 \cdot \log_3 2a - \log_3 \frac{2a}{3} + \log_3 \frac{1,5}{a} = \log_3 \frac{(2a)^2 \cdot 3 \cdot 1,5}{2a \cdot a} = \log_3 \frac{4a^2 \cdot 3 \cdot 1,5}{2a^2} = \log_3 9 = 2$

b)  $1,5 \cdot \log_b \frac{a}{b} + \log_b \frac{b}{\sqrt{a}} - \log_b a = \log_b \frac{a \cdot \sqrt{a} \cdot b}{b \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a} \cdot a} = \log_b \frac{1}{\sqrt{b}} = -0,5$

3. a)  $3 \cdot 4^x = 5^{-x} \Leftrightarrow \lg 3 + x \cdot \lg 4 = -x \cdot \lg 5 \Leftrightarrow x \cdot (\lg 4 + \lg 5) = -\lg 3 \Leftrightarrow$

$$x = \frac{-\lg 3}{\lg 4 + \lg 5} = -0,3667\dots \approx -0,37$$

b)  $9^x - 3^{x+1} = 4 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 4 = 0$  Substitution:  $u = 3^x$

$$u^2 - 3 \cdot u - 4 = 0 \Leftrightarrow (u-4) \cdot (u+1) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 4 \quad (u_2 = -1 \neq 3^x \text{ für alle } x \in \mathbb{R})$$

$$3^x = 4 \Leftrightarrow x = \log_3 4 = 1,261859\dots \approx 1,26$$

4. a)  $f(t) = 5500\text{m}^3 \cdot 1,035^{\frac{t}{1a}}$

b)  $f(t) = 6500\text{m}^3 \Leftrightarrow 6500\text{m}^3 = 5500\text{m}^3 \cdot 1,035^{\frac{t}{1a}} \Leftrightarrow \frac{6500}{5500} = 1,035^{\frac{t}{1a}} \Leftrightarrow$

$$\frac{t}{1a} = \log_{1,035} \frac{65}{55} \Leftrightarrow t = 4,856\dots a$$

Der Bauer hat also 5 Jahre zu warten.

c)  $f(-10a) = 5500\text{m}^3 \cdot 1,035^{\frac{-10a}{1a}} = 5500\text{m}^3 \cdot 1,035^{-10} = 5500\text{m}^3 \cdot 0,7089\dots \approx 3899\text{m}^3$

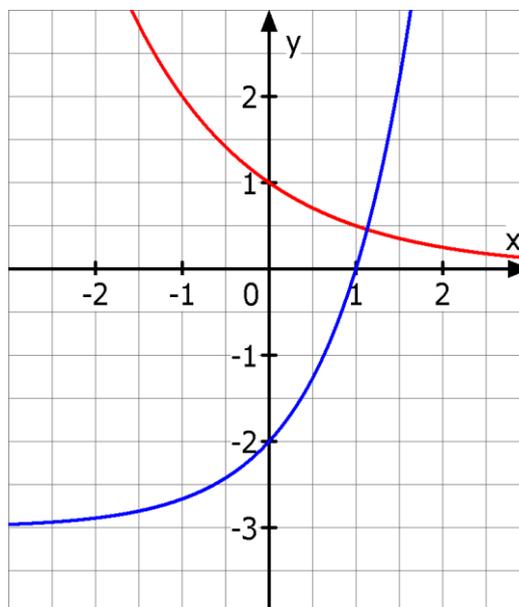
5.  $2^{-x} - 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2^{-x} = 3^x - 3$

Schnitt der Graphen zu  $f(x) = 2^{-x}$  und  $g(x) = 3^x - 3$  liefert die Lösung der Gleichung.

Der Schnittpunkt der Graphen hat die x-Koordinate

$$x \approx 1,13$$

Die Gleichung hat also die Lösung  $x \approx 1,13$ .



## 2. Schulaufgabe aus der Mathematik \* Klasse 10d \* 11.03.2014 \* Gruppe B \* Lösung

1. Roter Graph:  $f(x) = -1,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\frac{4}{3}\pi} \cdot x\right) + 1 = -1,5 \cdot \sin(1,5 \cdot x) + 1$

Blauer Graph:  $g(x) = -0,5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{4\pi} \cdot x\right) - 2 = -0,5 \cdot \cos(0,5 \cdot x) - 2$

2. a)  $2 \cdot \log_2 3x - \log_2 \frac{1,5x}{2} + \log_2 \frac{1}{3x} = \log_2 \frac{(3x)^2 \cdot 2 \cdot 1}{1,5x \cdot 3x} = \log_2 \frac{9x^2 \cdot 2 \cdot 1}{4,5x^2} = \log_2 4 = 2$

b)  $1,5 \cdot \log_a \frac{b}{a} + \log_a \frac{a}{\sqrt{b}} - \log_a b = \log_a \frac{b \cdot \sqrt{b} \cdot a}{a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot b} = \log_a \frac{1}{\sqrt{a}} = -0,5$

3. a)  $5 \cdot 4^x = 3^{-x} \Leftrightarrow \lg 5 + x \cdot \lg 4 = -x \cdot \lg 3 \Leftrightarrow x \cdot (\lg 4 + \lg 3) = -\lg 5 \Leftrightarrow$

$$x = \frac{-\lg 5}{\lg 4 + \lg 3} = -0,6476\dots \approx -0,65$$

b)  $4^x - 2^{x+2} = 5 \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x - 5 = 0$  Substitution:  $u = 2^x$

$$u^2 - 4 \cdot u - 5 = 0 \Leftrightarrow (u-5) \cdot (u+1) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 5 \quad (u_2 = -1 \neq 2^x \text{ für alle } x \in \mathbb{R})$$

$$2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = 2,3219\dots \approx 2,32$$

4. a)  $f(t) = 4500\text{m}^3 \cdot 1,045^{\frac{t}{1a}}$

b)  $f(t) = 5500\text{m}^3 \Leftrightarrow 5500\text{m}^3 = 4500\text{m}^3 \cdot 1,045^{\frac{t}{1a}} \Leftrightarrow \frac{5500}{4500} = 1,045^{\frac{t}{1a}} \Leftrightarrow$

$$\frac{t}{1a} = \log_{1,045} \frac{55}{45} \Leftrightarrow t = 4,558\dots a$$

Der Bauer hat also 5 Jahre zu warten.

c)  $f(-10a) = 4500\text{m}^3 \cdot 1,045^{\frac{-10a}{1a}} = 4500\text{m}^3 \cdot 1,045^{-10} = 4500\text{m}^3 \cdot 0,6439\dots \approx 2898\text{m}^3$

5.  $3^{-x} - 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{-x} = 2^x - 3$

Schnitt der Graphen zu  $f(x) = 3^{-x}$

und  $g(x) = 2^x - 3$  liefert die Lösung der Gleichung.

Der Schnittpunkt der Graphen hat die x-Koordinate

$$x \approx 1,66$$

Die Gleichung hat also die Lösung

$$x \approx 1,66.$$

