

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Die Dezibel- und die Phon-Skala

Das menschliche Gehör eines Kindes kann Schallwellen in Frequenzbereich von 16 Hz bis ca. 20 kHz wahrnehmen.

Ältere Menschen können oft nur noch Frequenzen bis 10 kHz (oder sogar darunter) hören.

Die Intensität einer Schallwelle wird physikalisch durch die Schallintensität I (Schallstärke) beschrieben. Die Schallintensität I gibt dabei an, welche Schallenergie ΔE auf eine Fläche A in der Zeit Δt auftrifft.

$$\text{Schallintensität } I = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} \quad \text{gemessen in } \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Das menschliche Ohr kann Schallintensitäten von $10^{-12} \cdot \text{W}/\text{m}^2$ bis zu $1 \cdot \text{W}/\text{m}^2$ unterscheiden. Das sind 12 Zehnerpotenzen. Es ist daher sinnvoll, eine logarithmische Skala einzuführen. Man legt den so genannten Schallstärkepegel oder kurz Schallpegel L fest als

$$L = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{wobei } I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad \text{die Hörschwelle bei 1000 Hz ist.}$$

Der Schallpegel L ist eigentlich eine Zahl ohne Einheit, man fügt aber als Kennzeichnung die Bezeichnung Dezibel (dB) hinzu.

Die subjektive Empfindung des Schalls nennt man die Lautstärke L_s .

Die subjektiv empfundene Lautstärke L_s hängt neben der Schallintensität auch noch von der Frequenz ab. Bei sehr tiefen und sehr hohen Frequenzen ist das Gehör nicht so empfindlich, so dass für den gleichen Lautstärkeindruck ein höherer Schallpegel notwendig ist.

Man legt fest, dass die Lautstärke L_s bei der Frequenz $f = 1000 \text{ Hz}$ genau dem Wert des Schallpegels L entspricht. Zur Unterscheidung vom dB-Wert fügt man der Lautstärke die Bezeichnung Phon hinzu.

Bei 1000 Hz entsprechen die dB-Werte des Schallpegels also genau den Phon-Werten der Lautstärke. 1 Phon ist die vom menschlichen Ohr gerade noch hörbare Änderung der Lautstärke.

Aufgabe:

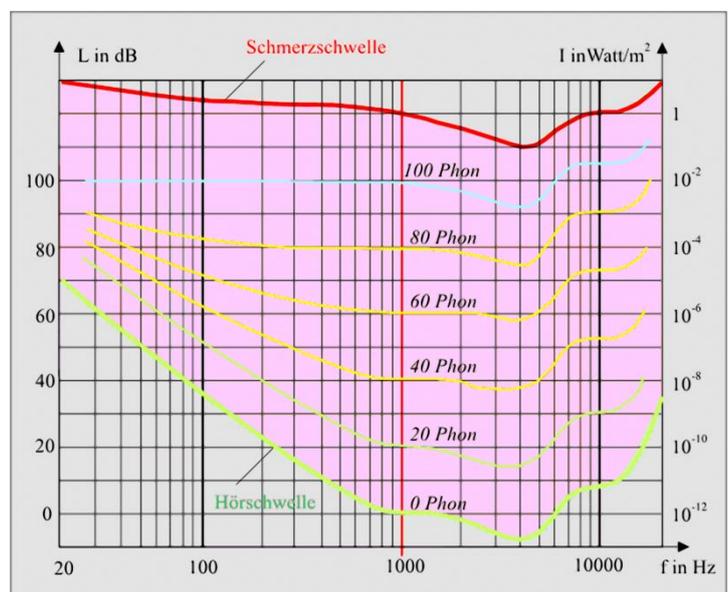
1. Zeigen Sie, dass eine Intensitätserhöhung um ca. 26% erforderlich ist, damit das menschliche Gehör gerade eine Zunahme der Lautstärke wahrnimmt.

(Hinweis: Dies gilt bei kleinen wie bei großen Schallintensitäten! Unser Gehör ist also „logarithmisch geeicht“ und kann daher über viele Zehnerpotenzen Unterschiede des Schallpegels wahrnehmen. Gesetz von Weber und Fechner ca. 1850)

Das Diagramm zeigt die Kurven gleicher Lautstärke (Isophone) und die sogenannte Hörfläche des menschlichen Gehörs.

Aufgaben:

2. Bei welcher Frequenz hat das menschliche Gehör die größte Empfindlichkeit?
3. Vergleichen Sie die Schallintensitäten dreier Töne gleicher Lautstärke von 40 Phon bei den Frequenzen von 100 Hz, 500 Hz und 1000 Hz.



4. Ein Ton hat die Lautstärke 60 Phon. Wie groß ist der Schallpegel bei
 - a) 1,0 kHz
 - b) 3,0 kHz
 - c) 10 kHz
 - d) 200 Hz
 - e) 50 Hz ?
 (Verwenden Sie das Diagramm auf Blatt 1.)

5. a) Ein Geräusch hat die Schallstärke $3,8 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$.
Wie groß ist dann der Schallpegel?
 b) Ein Ton der Frequenz 300 Hz hat den Schallpegel 50 dB.
Wie groß ist die Lautstärke in Phon? Wie groß ist die Schallintensität?

6. Wie ändert sich der Schallpegel, wenn bei einer Baukolonne die Anzahl der Presslufthämmer verdoppelt wird?

7. Für den Gehörschutz werden Ohrstöpsel verwendet, die die Umgebungsgeräusche um 28 dB dämpfen.
Wie viel Prozent der einfallenden Schallintensität werden von den Stöpseln absorbiert?

8. Ein Drucker erzeugt einen Schallpegel von 45 dB.
Wie viele gleichartige Drucker erzeugen dann einen Schallpegel von
 - a) 55 dB
 - b) 60 dB
 - c) 70 dB

9. Ein Drucker erzeugt einen Schallpegel von 45 dB.
Durch eine Schallwand lässt sich der Lärm um 13 dB senken.
Wie viele Drucker kann man hinter der Schallwand betreiben, bis wieder der ursprüngliche Schallpegel erreicht ist?

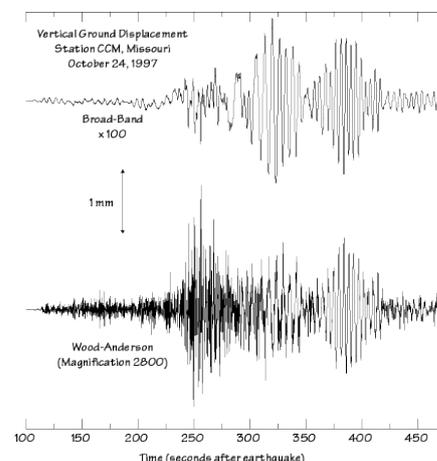
10. Eine flüsternde Person erzeugt eine Schallintensität von ca. 10^{-10} W/m^2 .
Berechnen Sie um wie viele Einheiten sich der Schallpegel ändert, wenn in einem ausreichend großen Raum 1, 2, 10, 20, 100, 200 bzw. 1000 Personen flüsteren.
Formulieren Sie eine Aussage über die Änderung des Schallpegels, wenn sich die Schallintensität verdoppelt bzw. verzehnfacht.

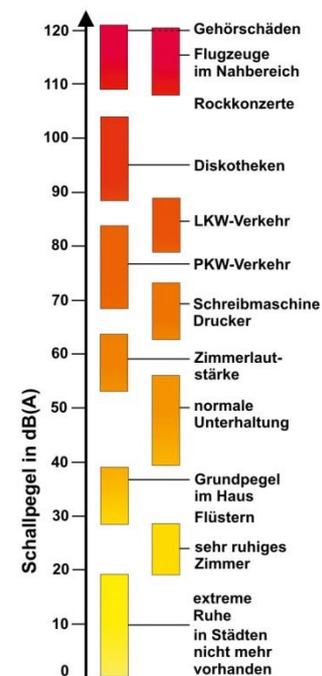
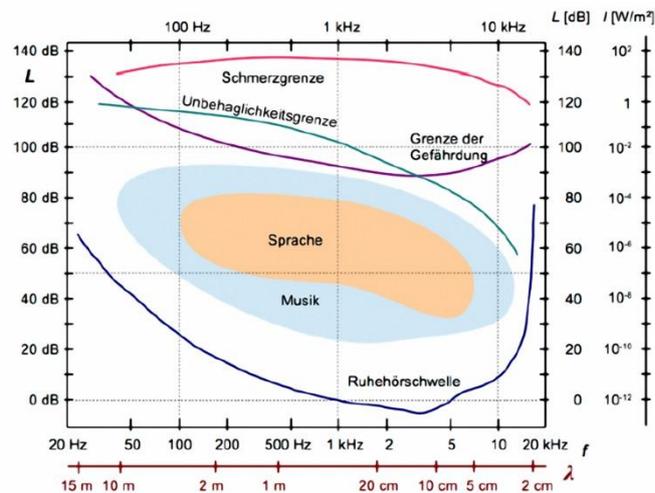
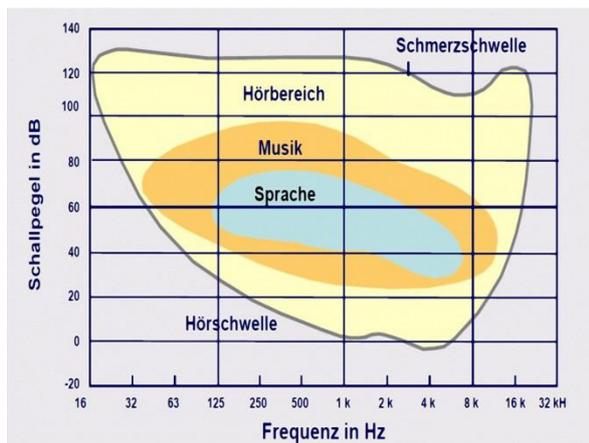
Richterskala

Die Stärke eines Erdbebens wird ebenfalls mit einer logarithmischen Skala, der so genannten „Richterskala“ gemessen. Wenn sich die maximalen Ausschläge am Seismographen um den Faktor 10 unterscheiden, so unterscheiden sich die Magnituden (Richterskalenwerte) der Beben um den Wert 1.

$$M_{\text{Richter}} = \lg\left(\frac{A_{\text{max}}}{A_0}\right)$$

11. Vergleichen Sie die maximalen Ausschläge von drei Erdbeben der Stärke 2,4 bzw. 3,6 bzw. 5,8 auf der Richterskala.





dB	Beschreibung
0	Hörschwelle
10	Blätterrauschen, ruhiges Atmen
20	leises Flüstern
25	Grenzwert für gewerblichen Lärm in der Nacht
35	Obergrenze für Nachtgeräusche in Wohngebieten, Schlaf-, Lern- und Konzentrationsstörungen möglich
40	leise Unterhaltung
45	Obergrenze für Taggeräusche in Wohngebieten
50	normale Unterhaltung, Zimmerlautstärke
60	laute Unterhaltung, Stressgrenze
65	erhöhtes Risiko für Herz-Kreislauf-Erkrankungen bis hin zum Herzinfarkt
70	Haushalts- und Bürolärm
85	Gehörschutz im Gewerbe vorgeschrieben, jahrelang ausgesetzt treten Hörschäden auf
90	Autohupen, LKW-Fahrgeräusche, Schnarchen
100	Motorrad, Kreissäge, Discomusik
110	Walkman laut, Rockkonzert
120	Flugzeug in geringer Entfernung, Techno-Musik, Hörschäden schon nach kurzer Einwirkung möglich
130	Schmerzschwelle, Düsenflugzeug in geringer Entfernung
140	Gewehrschuss, Raketenstart, EU-Grenzwert zum Schutz vor Hörschäden
170	G3-Gewehr auf kurzer Entfernung, Ohrfeige direkt aufs Ohr
190	innere Verletzungen, Hautverbrennungen, tödlich

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Die Dezibel- und die Phon-Skala * Lösungen

1. Man kann die Schallintensitäten I_2 und I_1 gerade noch unterscheiden, wenn sich die zugehörigen Lautstärken um 1 Phon unterscheiden.

$$1(\text{Phon}) = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{10} = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow 10^{1/10} = \frac{I_2}{I_1} \Leftrightarrow I_2 = I_1 \cdot \sqrt[10]{10} = 1,258... \cdot I_1 \approx 1,26 \cdot I_1$$

2. Bei etwa 4,0 kHz hat das menschliche Gehör seine größte Empfindlichkeit.
3. Für einen Ton der Lautstärke 40 Phon gilt:

Frequenz in Hz	100	500	1000
Schallpegel in dB	62	44	40
Schallintensität I in W/m^2	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$1,0 \cdot 10^{-8}$

4. Für einen Ton der Lautstärke 60 Phon gilt:

Frequenz in kHz	1,0	3,0	10	0,200	0,050
Schallpegel in dB	60	58	72	67	79

5. a) $L = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{3,8 \cdot 10^{-5} \text{ W}/\text{m}^2}{10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 75,7... \approx 76 \text{ dB}$

- b) 50 dB bei 300 Hz entsprechen nach dem Diagramm gerade 40 Phon.

$$50(\text{dB}) = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow 5,0 = \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{5,0} = 10^{5,0} \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 1,0 \cdot 10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

6. Doppelte Anzahl an Presslufthämmern bedeutet $I_{\text{neu}} = 2 \cdot I_{\text{alt}}$, also

$$\Delta L = L_{\text{neu}} - L_{\text{alt}} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_{\text{neu}}}{I_0}\right) - 10 \cdot \lg\left(\frac{I_{\text{alt}}}{I_0}\right) = 10 \cdot \left(\lg\left(\frac{I_{\text{neu}}}{I_0}\right) - \lg\left(\frac{I_{\text{alt}}}{I_0}\right) \right) =$$

$$10 \cdot \lg\left(\frac{I_{\text{neu}}}{I_0} : \frac{I_{\text{alt}}}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_{\text{neu}}}{I_{\text{alt}}}\right) = 10 \cdot \lg 2 = 3,010... \approx 3,0 \text{ dB}$$

Eine Verdopplung der Schallintensität bedeutet also immer eine Zunahme des Schallpegels um ca. 3,0 dB

7. Eine Dämpfung des Schallpegels um x dB bedeutet, dass die Schallintensität von I_1 auf I_2 abnimmt, und dass damit wie nach der Rechnung aus Aufgabe 6 folgt:

$$x \text{ dB} = \Delta L = L_2 - L_1 = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \cdot \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_0} : \frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

Bei einer Dämpfung (Abnahme) um 28 dB gilt also:

$$-28 \text{ dB} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow -2,8 = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{-2,8} \Leftrightarrow I_2 = I_1 \cdot 0,00158... \approx 0,16\% \cdot I_1$$

Die Ohrstöpsel haben also 99,84% der Schallintensität absorbiert.

$$8. a) \Delta L = (55 - 45) \text{ dB} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow 1,0 = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^1 \Leftrightarrow I_2 = 10 \cdot I_1$$

also 10 Drucker

$$b) \Delta L = (60 - 45) \text{ dB} \Leftrightarrow 1,5 = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{1,5} \Leftrightarrow I_2 \approx 32 \cdot I_1 \quad \text{also 32 Drucker}$$

$$c) \Delta L = (70 - 45) \text{ dB} \Leftrightarrow 2,5 = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{2,5} \Leftrightarrow I_2 \approx 316 \cdot I_1 \quad \text{also 316 Drucker}$$

$$9. \Delta L = -13 \text{ dB} = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow -1,3 = \lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{-1,3} \Leftrightarrow$$

$$I_2 = 0,050 \dots \cdot I_1 \quad \text{und} \quad I_1 = 19,95 \dots \cdot I_2$$

Wenn man hinter der Schallwand die Schallintensität auf das 20-fache erhöht, so erhält man wieder den gleichen Schallpegel.

Man kann also 20 Drucker hinter der Schallwand betreiben.

10. Die Schallintensität einer flüsternden Person beträgt $I_1 = 10^{-10} \text{ W/m}^2$
 Für n flüsternde Personen beträgt die Schallintensität $n \cdot I_1 = n \cdot 10^{-10} \text{ W/m}^2$
 Für n flüsternden Personen beträgt damit die Schallpegeländerung

$$\Delta L = 10 \cdot \lg\left(\frac{n \cdot I_1}{I_1}\right) = 10 \cdot \lg n$$

n	1	2	10	20	100	200	1000
ΔL in dB	0	3,0	10	13,0	20	23,0	30

Bei einer Verdopplung der Schallintensität nimmt also der Schallpegel immer um 3,0 dB zu und bei einer Verzehnfachung der Schallintensität nimmt der Schallpegel um 10 dB zu.

$$11. M_{\text{Richter}} = \lg\left(\frac{A_{\text{max}}}{A_0}\right), \text{ also gilt für } M=2,4 : \frac{A_{\text{max}}(2,4)}{A_0} = 10^{2,4} \Rightarrow$$

$$A_{\text{max}}(2,4) = 10^{2,4} \cdot A_0 \approx 250 \cdot A_0 \quad \text{und analog}$$

$$A_{\text{max}}(3,6) = 10^{3,6} \cdot A_0 \approx 4000 \cdot A_0 ; A_{\text{max}}(5,8) = 10^{5,8} \cdot A_0 \approx 630000 \cdot A_0$$

$$\text{Also } A_{\text{max}}(2,4) : A_{\text{max}}(3,6) : A_{\text{max}}(5,8) \approx 250 : 4000 : 63000 = 1 : 16 : 252$$