

Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur bedingten * Wahrscheinlichkeit

1. Mit einem speziellen HIV-Test wird ein mit HIV infizierter Menschen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% positiv getestet.
Allerdings wird in seltenen Fällen auch ein nicht mit HIV infizierter Mensch positiv getestet; dies geschieht mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5%.

- a) In Deutschland schätzt man die Zahl der HIV-Infizierten zu ca. 70 000.
Damit haben etwa 0,9 Promille der deutschen Bevölkerung HIV.
Peter aus München lässt sich auf HIV testen und der Test fällt positiv aus.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Peter nicht mit HIV infiziert?
- b) In Südafrika sind etwa 11% der Bevölkerung mit HIV infiziert.
Nelson aus Kapstadt lässt sich auf HIV testen und der Test fällt positiv aus.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Nelson nicht mit HIV infiziert?



2. Eine Firma stellt in drei Werken Prozessoren her.
Werk 1 erzeugt 60% der Gesamtproduktion und produziert dabei 2,5% Ausschuss.
Werk 2 erzeugt 30% der Gesamtproduktion und produziert dabei 3,5% Ausschuss.
Werk 3 erzeugt 10% der Gesamtproduktion und produziert dabei 7,5% Ausschuss.
Die Prozessoren der drei Werke werden zusammengenommen und von einem Subunternehmer auf Ausschuss untersucht.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt dabei ein fehlerhafter Prozessor aus dem Werk 1 bzw. aus dem Werk 3 ?



3. Zu einem deutsch-französischen Jugendtreffen erscheinen 80 Franzosen und 120 Deutsche.
60% der deutschen Teilnehmer sind blond, dagegen nur 20% der französischen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist
- a) ein blonder Teilnehmer ein Franzose,
b) ein nicht-blonder Teilnehmer ein Deutscher,
c) ein nicht-blonder Teilnehmer ein Franzose?



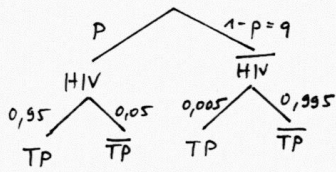
4. In einem Land mit den fünf Regierungsbezirken A, B, C, D und E findet eine Wahl statt.
Die Tabelle zeigt die Anteile der Partei PPP in den fünf Bezirken.

Bezirk	A	B	C	D	E
Anteil der Wähler im Land	20%	15%	10%	45%	10%
Anteil der PPP-Wähler im Bezirk	15%	13%	20%	12%	16%

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein Wähler der Partei PPP
- a) aus dem Bezirk C,
b) aus dem Bezirk D?



1. HIV $\hat{=}$ „mit HIV infiziert“ ; TP $\hat{=}$ „Test positiv“

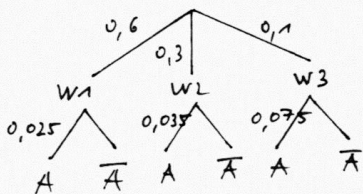


$$\begin{aligned}
 a) \quad p &= 0,0009 ; \quad 1-p = 0,9991 \\
 P_{TP}(HIV) &= \frac{P(HIV \cap TP)}{P(TP)} = \\
 &= \frac{0,0009 \cdot 0,95}{0,0009 \cdot 0,95 + 0,9991 \cdot 0,005} = \\
 &= \frac{0,000855}{0,000855 + 0,0049955} = 0,1461... \approx 15\%
 \end{aligned}$$

b, $p = 0,11$; $q = 1-p = 0,89$

$$\begin{aligned}
 P_{TP}(HIV) &= \frac{0,11 \cdot 0,95}{0,11 \cdot 0,95 + 0,89 \cdot 0,005} = \frac{0,1045}{0,1045 + 0,00445} \\
 &= 0,959... \approx 96\%
 \end{aligned}$$

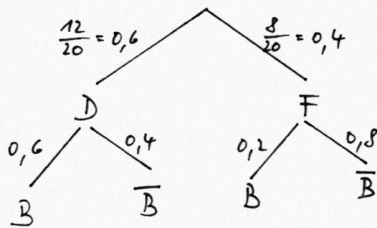
2. $W_i \hat{=}$ „Werk i“ ; $A \hat{=}$ „Ausschluss“



$$\begin{aligned}
 P_A(W1) &= \frac{P(A \cap W1)}{P(A)} = \\
 &= \frac{0,6 \cdot 0,025}{0,6 \cdot 0,025 + 0,3 \cdot 0,035 + 0,1 \cdot 0,075} = \\
 &= \frac{0,015}{0,015 + 0,0105 + 0,0075} = \frac{0,015}{0,033} = \\
 &= 0,454... \approx 45\%
 \end{aligned}$$

$$P_A(W3) = \frac{0,1 \cdot 0,075}{0,033} = \frac{0,0075}{0,033} = 0,227... \approx 23\%$$

3. D $\hat{=}$ „deutsch“ F = \bar{D} $\hat{=}$ „franz.“ B $\hat{=}$ „blond“



$$\begin{aligned}
 a) \quad P_B(F) &= \frac{P(B \cap F)}{P(B)} = \\
 &= \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,4 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,6} = \\
 &= \frac{0,08}{0,08 + 0,36} = \frac{0,08}{0,44} \approx 18\%
 \end{aligned}$$

$$b) \quad P_B(D) = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,8} = \frac{0,24}{0,24 + 0,32} = \frac{0,24}{0,56} \approx 43\%$$

$$c) \quad P_B(F) = \frac{0,4 \cdot 0,8}{0,56} = \frac{0,32}{0,56} = 57\% \quad \text{oder}$$

$$P_B(F) = 1 - P_B(D) = 1 - 43\% = 57\%$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad P_{PPP}(C) &= \frac{0,1 \cdot 0,2}{0,2 \cdot 0,15 + 0,15 \cdot 0,13 + 0,1 \cdot 0,2 + 0,45 \cdot 0,12 + 0,1 \cdot 0,16} \\
 &= \frac{0,02}{0,1395} = 0,1433... \approx 14,3\%
 \end{aligned}$$

$$P_{PPP}(D) = \frac{0,45 \cdot 0,12}{0,1395} = \frac{0,054}{0,1395} = 0,3870... \approx 38,7\%$$

