

Q11 * Mathematik * Vermischte Aufgaben zur Kombinatorik (Wiederholung)

Buchstabensalat

Wie viele Wörter (auch ohne Sinn) kann man mit den Buchstaben des Wortes

a) MATHE [120] b) MATHEMATIK [453600]

c) MISSISSIPPI [34650]

schreiben?



Susi

Susi tippt auf ihrem Handy das Wort „Susi“ ein, indem sie zuerst die Taste $7=pqrs$ drückt, dann die Taste $8=tuv$, dann nochmals die Taste $7=pqrs$ und schließlich die Taste $4=ghi$. Auf wie viele Arten kann diese Eingabe als Wort mit vier Buchstaben interpretiert werden? [144]



Fußballteam

Aus einem 16 Mann umfassenden Kader soll ein Fußballteam (10 Feldspieler und 1 Torhüter) zusammengestellt werden.

Auf wie viele Arten ist dies möglich, wenn sich im Kader genau 3 Torhüter befinden? (Torhüter spielen nicht im Feld und Feldspieler hüten nicht das Tor!) [858]



Sitzordnung

In einem Klassenzimmer befinden sich 30 Sitzplätze.

Wie viele Sitzordnungen gibt es für eine Klasse mit

a) 29 Schülern? $[2,65 \cdot 10^{32}]$ b) 22 Schülern? $[6,58 \cdot 10^{27}]$



Buffet

Acht Personen warten in einer Schlange stehend vor dem Selbstbedienungsbuffet, drei davon sind Fischliebhaber. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen die drei Fischliebhaber direkt hintereinander? [10,7%]



Das Geburtstagsproblem

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von 6 Personen mindestens 2 im selben Monat Geburtstag? (Tipp: Gegenwahrscheinlichkeit) [77,7%]

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von 20 Personen mindestens 2 am selben Tag Geburtstag? [41,1%]

Poker

Beim Poker mit 52 Karten (4 Farben zu je 13 Werten) erhält ein Spieler 5 Karten.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt ein Spieler

a) einen Vierling? [0,024%] b) ein Doppelpärchen? [4,8%]

c) ein Fullhouse (ein Drilling und ein Pärchen)? [0,144%]

d) (genau) ein Pärchen? [42,3%] e) (genau) einen Drilling? [2,1%]

f) (mindestens) eine Straße (aufeinander folgende Kartenwerte)? [0,355%]

g) (mindestens) eine Farbstraße (nur Karten einer Farbe)? [0,198%]

h) einen Straight Flush (aufeinander folgende Kartenwerte einer Farbe)? [0,0014%]



Skat

Beim Skatspiel werden 32 Karten zu je 10 Karten an drei Spieler verteilt, die restlichen 2 bleiben übrig und werden in den so genannten Skat gelegt.

a) Wie viele verschiedene Verteilungen sind möglich?

(Die drei Spieler sollen dabei unterschieden werden.) $[2,75 \cdot 10^{15}]$

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger der drei Spieler ein Blatt mit 4 Assen erhält? [1,75%]

Das Geburtstagsproblem * Lösung

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von 6 Personen mindestens 2 im selben Monat Geburtstag? (Tipp: Gegenwahrscheinlichkeit) [77,7%]
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von 20 Personen mindestens 2 am selben Tag Geburtstag? [41,1%]

- a) Wir gehen zunächst davon aus, dass alle 12 Monate mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Geburtsmonate auftreten.

Für 6 Personen gibt es insgesamt 12^6 Möglichkeiten für die Geburtsmonate.

A = „Mindestens 2 Personen haben im selben Monat Geburtstag“.

\bar{A} = „Die 6 Personen haben in 6 verschiedenen Monaten Geburtstag“

Für \bar{A} gibt es $\binom{12}{6} \cdot 6!$ Möglichkeiten. Also

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\binom{12}{6} \cdot 6!}{12^6} = 0,77719... \approx 77,7\%$$

- b) Auch hier gehen wir davon aus, dass jeder Tag mit gleicher Wahrscheinlichkeit Geburtstag ist. Zudem lassen wir den 29. Februar unberücksichtigt und legen das Jahr mit 365 Tagen fest. Analog wie bei a) rechnet man nun:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{\binom{365}{20} \cdot 20!}{365^{20}} = 0,41143... \approx 41,1\%$$