Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Übungsaufgaben nach der 1. Schulaufgabe

1. Bestimme den maximalen Definitionsbereich und alle Nullstellen der Funktion f.

   a) $f(x) = \dfrac{0{,}5x^2 - 2}{3x+1}$ b) $f(x) = \dfrac{2-5x}{3x\cdot(2+5x)}$ c) $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x^2 - 2x}$

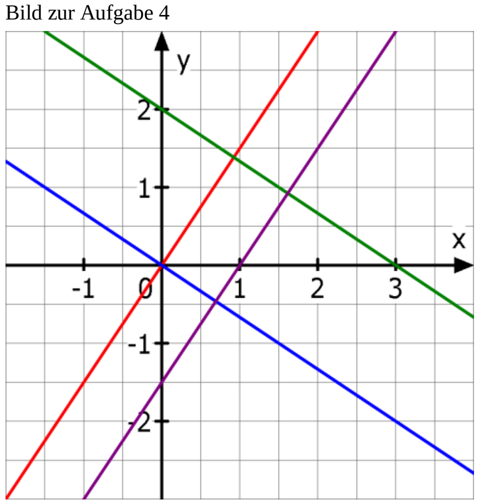
2. a) Die Erde bewegt sich (näherungsweise) auf einer Kreisbahn mit dem Radius 150 Millionen Kilometer um die Sonne. Berechne die Geschwindigkeit der Erde in der Einheit km/h und km/s.

   b) Die (kugelförmig angenommene) Erde hat einen Radius von 6370 km.
   Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Gegenstand am Äquator aufgrund der täglichen Rotation der Erde.

   c) Obwohl ein Fernsehsatellit wie z.B. Astra die Erde umkreist, befindet er sich für einen Beobachter auf der Erde stets an derselben Stelle des Himmels. (Gib eine Begründung!)
   Man nennt solche Satelliten geostationär.
   Geostationäre Satelliten befinden sich immer in einer Höhe von 36 000 km über der Erdoberfläche. Berechne die Geschwindigkeit des Satelliten Astra auf seiner Umlaufbahn.

3. Der Punkt P(1,5/1) gehört zum Graph einer
   a) direkten b) indirekten
   Proportionalität.
   Erstelle jeweils eine Wertetabelle mit mindestens 5 Zahlenpaaren, gib die Funktionsgleichung an und zeichne beide Graphen in ein Koordinatensystem.

Bild zur Aufgabe 4



4. Das Bild zeigt den Graphen von vier Geraden, von denen jeweils zwei zueinander parallel sind.
   Gib jeweils die Funktionsgleichung an!

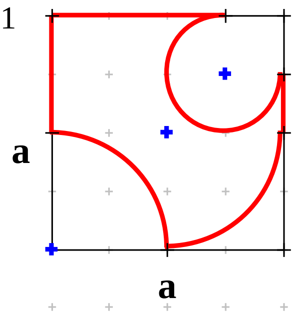
5. Die rot umrandete Figur befindet sich jeweils in einem Quadrat der Kantenlänge a.

   a) Bestimme den Umfang der Figur in Vielfachen der Länge a.

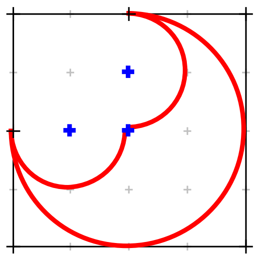
   b) Bestimme den Flächeninhalt der roten Figur in Vielfachen von a^2.

   Wie viel Prozent macht der Flächeninhalt der roten Figur vom Flächeninhalt des Quadrats aus?
   Runde auf 0,1 Prozent genau.

Figur 1



Figur 2



Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Übungsaufgaben nach der 1. Schulaufgabe
Lösungen

1. a) $f(x) = \dfrac{0,5x^2 - 2}{3x+1}$; $D_f = \mathbb{Q}\setminus\{-\dfrac{1}{3}\}$; NSt.: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 0,5x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = 2\ ;\ x_2 = -2$

   b) $f(x) = \dfrac{2-5x}{3x\cdot(2+5x)}$; $D_f = \mathbb{Q}\setminus\{0;-\dfrac{2}{5}\}$; NSt.: $f(x)=0 \Leftrightarrow 2-5x=0 \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{2}{5}$

   c) $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x^2-2x} = \dfrac{2x-3}{x\cdot(3x-2)}$; $D_f = \mathbb{Q}\setminus\{0;\dfrac{2}{3}\}$; NSt.: $f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{3}{2}$

2. a) Für einen Umlauf um die Sonne benötigt die Erde 1 Jahr. Die Geschwindigkeit beträgt also
   $v = \dfrac{2\cdot\pi\cdot r}{t} = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 150\cdot 10^6\,\text{km}}{365\cdot 24\ \text{h}} \approx 108\cdot 10^3\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ (oder $\dfrac{2\cdot\pi\cdot 150\cdot 10^6\,\text{km}}{365\cdot 24\cdot 3600\ \text{s}} = 29,88...\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}} \approx 30\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}}$)

   b) Die tägliche Rotation dauert 24 Stunden. Die Geschwindigkeit beträgt daher
   $v = \dfrac{2\cdot\pi\cdot r}{t} = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 6370\text{km}}{24\ \text{h}} \approx 1,67\cdot 10^3\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ (oder $\dfrac{2\cdot\pi\cdot 6370\text{km}}{24\cdot 3600\ \text{s}} = 0,4632...\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}} \approx 0,463\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}}$)

   c) Wenn der Satellit für einen Umlauf um die Erde genau 24 Stunden benötigt, dann dreht sich die Erde in dieser Zeitspanne von 24 Stunden ebenfalls genau einmal um die eigene Achse. Der Satellit steht somit von der Erde aus betrachtet immer an der gleichen Stelle des Himmels.
   $r = r_{\text{Erde}} + h = 6370\text{km} + 36\,000\,\text{km} = 42370\,\text{km}$
   $v = \dfrac{2\cdot\pi\cdot r}{t} = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 42370\,\text{km}}{24\ \text{h}} \approx 11,1\cdot 10^3\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$ (oder $v = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 42370\,\text{km}}{24\cdot 3600\,\text{s}} \approx 3,08\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}}$)

3. a) direkte Proportionalität

x	1,5	3	4,5	6	7,5
f(x)	1	2	3	4	5

$\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{1,5} = \dfrac{2}{3} = \text{konstant} \Rightarrow f(x) = y = \dfrac{2}{3}\cdot x$

   b) indirekte Proportionalität

x	1,5	1	2	0,75	3
f(x)	1	1,5	0,75	2	0,5

$y\cdot x = 1\cdot 1,5 = 1,5 = \text{konstant} \Rightarrow$
$f(x) = y = \dfrac{1,5}{x}$ oder $y = \dfrac{3}{2x}$

4. rote Gerade: $y = 1,5\cdot x$ violette Gerade: $y = 1,5\cdot x - 1,5$

   blaue Gerade: $y = \dfrac{-1}{1,5}\cdot x = -\dfrac{2}{3}x$ violette Gerade: $y = -\dfrac{2}{3}x + 2$

5. a) Figur 1: $r_1 = \dfrac{1}{2}a\ ;\ r_2 = \dfrac{1}{4}a$ und $U = 2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot(2\pi r_1) + \dfrac{3}{4}\cdot(2\pi r_2) + \dfrac{3}{4}a + \dfrac{1}{2}a + \dfrac{1}{4}a$

   $U = \dfrac{1}{2}\cdot(2\pi\cdot\dfrac{1}{2}a) + \dfrac{3}{4}\cdot(2\pi\cdot\dfrac{1}{4}a) + \dfrac{3}{2}a = \dfrac{1}{2}\pi\cdot a + \dfrac{3}{8}\pi\cdot a + \dfrac{3}{2}a = \left(\dfrac{7}{8}\pi + \dfrac{3}{2}\right)\cdot a \approx 4,25a$

   Figur 2: $r_1 = \dfrac{1}{2}a\ ;\ r_2 = \dfrac{1}{4}a$ und $U = \dfrac{3}{4}\cdot(2\pi r_1) + 2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot(2\pi r_2) = \dfrac{3}{4}\cdot(2\pi\cdot\dfrac{1}{2}a) + 2\pi\cdot\dfrac{1}{4}a = \pi\cdot a$

   b) Figur 1: $r_1 = \dfrac{1}{2}a\ ;\ r_2 = \dfrac{1}{4}a$ und $A = \dfrac{3}{4}a^2 - \left(\dfrac{1}{4}a\cdot\dfrac{1}{4}a + \dfrac{3}{4}\cdot r_2^2\pi\right) =$

   $\dfrac{3}{4}a^2 - \dfrac{1}{16}a^2 - \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{16}\pi\cdot a^2 = \dfrac{11}{16}a^2 - \dfrac{3\cdot\pi}{64}a^2 = \left(\dfrac{11}{16} - \dfrac{3\cdot\pi}{64}\right)a^2 = 0,5402...\,a^2 \approx 54,0\%$ von a^2

   Figur 2: $r_1 = \dfrac{1}{2}a\ ;\ r_2 = \dfrac{1}{4}a$ und $A = \dfrac{3}{4}\cdot r_1^2\pi - 2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot r_2^2\pi = \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{4}a^2\pi - \dfrac{1}{16}a^2\pi = \dfrac{\pi}{8}a^2$

   $\approx 0,393a^2 = 39,3\%$ von a^2