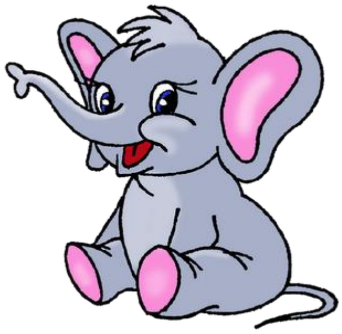
Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Gebrochen rationale Funktionen

1. Gib bei jeder Funktion den Definitionsbereich und alle senkrechten sowie waagrechten Asymptoten an. Skizziere anschließend die Graphen.

   a) $f(x) = \frac{2}{2x-3}$ b) $g(x) = \frac{2x}{x+1}$

   c) $h(x) = \frac{2}{x\cdot(x-2)}$ d) $k(x) = \frac{3}{x^2}$



2. Gib eine (möglichst einfache) gebrochen rationale Funktion mit folgenden Eigenschaften an.

   a) Der Graph von f hat die senkrechte Asymptote $x = 1{,}5$ und die waagrechte Asymptote $y = 0$.

   b) Der Graph von g hat zwei senkrechte Asymptoten bei $x = 0$ und $x = -2$ und die waagrechte Asymptote $y = 0$.

   c) Der Graph von h hat die senkrechte Asymptote $x = 2$ und die waagrechte Asymptote $y = 1{,}5$.

   d) Der Graph von k hat die senkrechte Asymptote $x = -1$ und keine waagrechte Asymptote.

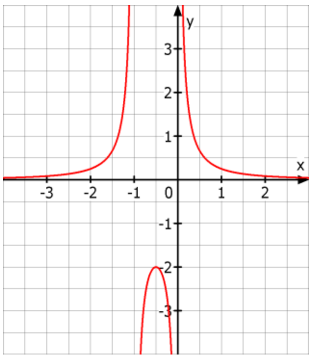
   e) Der Graph von p hat die senkrechte Asymptote $x = 1$ und die waagrechte Asymptote $y = 0$ und der Punkt $(3/1{,}5)$ gehört zum Graph.

   f) Der Graph von q hat die senkrechte Asymptote $x = -1{,}5$ und die waagrechte Asymptote $y = 2$ und der Punkt $(0{,}5/1{,}5)$ gehört zum Graph.

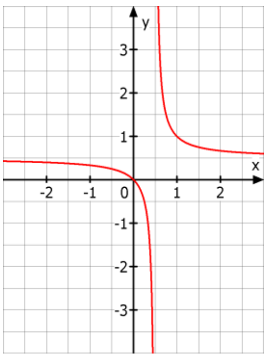
3. Zu jedem der 4 abgebildeten Graphen gehört eine gebrochen rationale Funktion, deren Funktionsterm in der darunter angegebenen Liste enthalten ist.

   Finde den richtigen Funktionsterm und begründe deine Entscheidung.

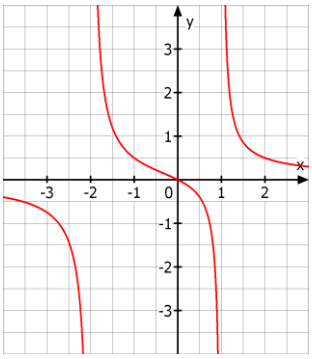
Graph A



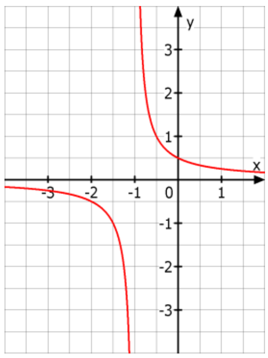
Graph B



Graph C



Graph D



$f_1(x) = \frac{0{,}5}{x(x-1)}$ $f_2(x) = \frac{0{,}5x}{x+1}$ $f_3(x) = \frac{2}{2x-1}$ $f_4(x) = \frac{x}{(x-1)\cdot(x+2)}$

$f_5(x) = \frac{0{,}5}{x+1}$ $f_6(x) = \frac{x}{2x-1}$ $f_7(x) = \frac{0{,}5}{x(x+1)}$ $f_8(x) = \frac{x}{(x+1)\cdot(x-2)}$

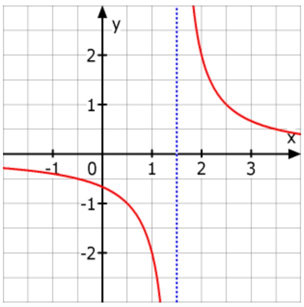
Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Gebrochen rationale Funktionen

1. a) $f(x) = \frac{2}{2x-3}$; $D_f = Q\backslash\{\frac{3}{2}\}$; senkr. Asymptote: $x = \frac{3}{2}$; waagr. Asymptote: $y = 0$

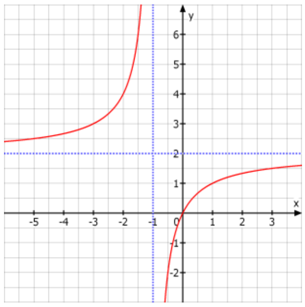
   b) $g(x) = \frac{2x}{x+1}$; $D_g = Q\backslash\{-1\}$; senkr. Asymptote: $x = -1$; waagr. Asymptote: $y = 2$

   c) $h(x) = \frac{2}{x\cdot(x-2)}$; $D_h = Q\backslash\{0\,;\,2\}$; senkr. Asymptoten: $x = 0$ und $x = 2$;
   waagr. Asymptote: $y = 0$

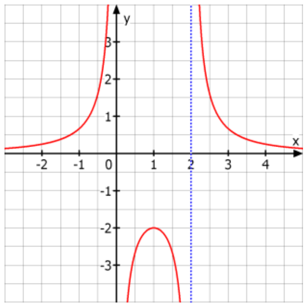
   d) $k(x) = \frac{3}{x^2}$; $D_k = Q\backslash\{0\}$; senkr. Asymptote: $x = 0$; waagr. Asymptote: $y = 0$



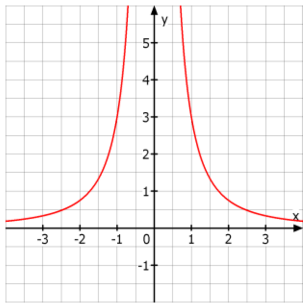
Graph G_f



Graph G_g



Graph G_h

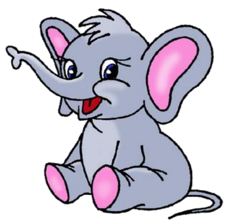


Graph G_k

2. a) $f(x) = \frac{1}{x-1,5}$ b) $g(x) = \frac{1}{x\cdot(x+2)}$ c) $h(x) = \frac{1,5x}{x-2}$

   d) $k(x) = \frac{x^2}{x+1}$ e) $p(x) = \frac{a}{x-1}$ und $1,5 = \frac{a}{3-1} \Rightarrow a = 3$ also $p(x) = \frac{3}{x-1}$

   f) $q(x) = \frac{2x+a}{x+1,5}$ und $1,5 = \frac{2\cdot 0,5+a}{0,5+1,5} \Rightarrow a = 2$ also $q(x) = \frac{2x+2}{x+1,5}$



3. Graph A: Senkrechte Asymptoten $x = 0$ und $x = 1$
   D.h. der Nenner muss das Produkt $x\cdot(x-1)$ enthalten.
   Damit ist nur noch Funktion f_1 möglich.

   Graph B: Senkrechte Asymptote $x = 0,5$
   D.h. der Nenner muss den Fakor $(x-0,5)$ oder $(2x-1)$ enthalten.
   Wegen der waagrechten Asymptote $y = 0,5$ muss der Zähler einen x-Term enthalten.
   Damit ist nur noch Funktion f_6 möglich.

   Graph C: Senkrechte Asymptoten $x = -2$ und $x = 1$
   D.h. der Nenner muss das Produkt $(x+2)\cdot(x-1)$ enthalten.
   Damit ist nur noch Funktion f_4 möglich.

   Graph D: Senkrechte Asymptote $x = -1$
   D.h. der Nenner muss den Fakor $(x+1)$ enthalten.
   Wegen der waagrechten Asymptote $y = 0$ darf der Zähler keinen x-Term enthalten.
   Damit ist nur noch Funktion f_5 möglich.