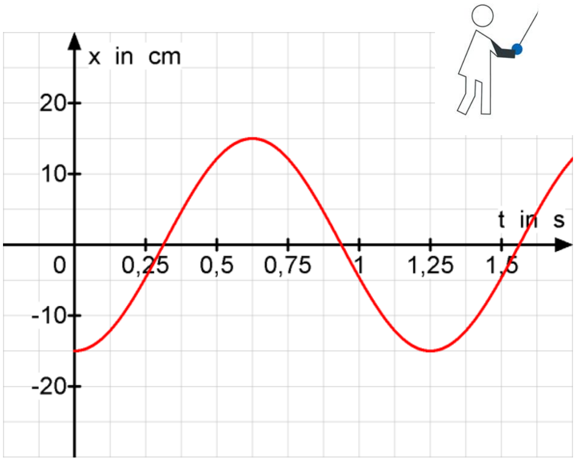
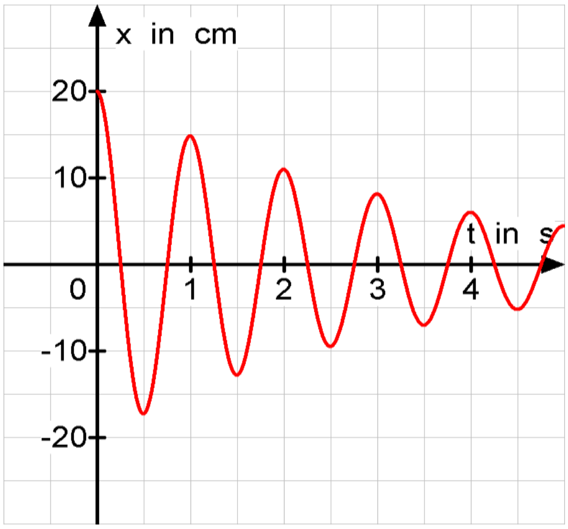
Physik * Jahrgangsstufe 10 * Weitere Aufgaben zur harmonischen Schwingung



1. Das $t-x$ – Diagramm zeigt die Schwingung eines Fadenpendels.
   a) Welche Aussagen kann man machen über
   die Länge des Pendels,
   die am Pendel hängende Masse?
   b) Um welchen Winkel wurde das Fadenpendel zu Beginn ausgelenkt?
   c) Welche Maximalgeschwindigkeit erreicht der Pendelkörper?



2. Das $t-x$ – Diagramm zeigt die Schwingung eines stark gedämpften Federpendels. Die schwingende Masse beträgt dabei 75 g.
   a) Bestimmen Sie den Wert der Federhärte.
   b) Welcher Prozentsatz der mechanischen Energie geht pro Schwingung durch die Dämpfung verloren?
   c) Nach welcher Zeit etwa beträgt die maximale Auslenkung weniger als 1,0 cm?

3. Eine Kugel unbekannter Masse wird an eine Feder unbekannter Federhärte angehängt. Die Feder dehnt sich dabei um 20cm.
   a) Zeigen Sie, dass die Kugel mit einer Schwingungsdauer von 0,90s schwingen kann.

   Nun lenkt man die Kugel aus ihrer Ruhelage um weitere 20cm nach unten aus.

   b) Mit welcher Maximalgeschwindigkeit bewegt sich die Kugel dann durch die Ruhelage?

4. Eine Kugel der Masse 200g wird an einer Feder befestigt und dabei mit der Hand gehalten, so dass die Feder unbelastet bleibt. Lässt man dann die Kugel los, so schwingt sie mit einer Amplitude von 8,0cm.
   Bestimmen Sie die Federhärte, die Schwingungsdauer und die Maximalgeschwindigkeit der Kugel beim Durchgang durch die Ruhelage.

Merke: Für eine harmonische Schwingung mit dem Kraftgesetz $F = -k \cdot x$ gilt

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{und} \quad v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x_{max} \quad \text{und} \quad a_{max} = \frac{k}{m} \cdot x_{max}$$

Für das Fadenpendel gilt damit insbesondere $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zur harmonischen Schwingung * Lösungen

1. Aus dem Diagramm entnimmt man: T = 1,25 s und x_{max} = 0,15 m.

   a) $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}} \;\Rightarrow\; \ell = \frac{T^2}{4\pi^2}\cdot g = \frac{(1{,}25s)^2\cdot 9{,}81\,m/s^2}{4\pi^2} = 0{,}39\,m$

   Da die Schwingungsdauer nicht von der Masse abhängt, kann man keine Aussage über die Masse machen.

   b) Die Auslenkung x_{max} entspricht der Bogenlänge b zum Winkel φ beim Kreis mit dem Radius $r = \ell$ = 0,97m.

   Also $\frac{x_{max}}{2\pi r} = \frac{b}{2\pi\ell} = \frac{\varphi}{360^o} \;\Rightarrow\; \varphi = \frac{b}{2\pi\ell}\cdot 360^o = \frac{0{,}15m}{2\pi\cdot 0{,}97m}\; 8{,}9^o$

   c) $v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{9{,}81\,m/s^2}{0{,}97m}}\cdot 0{,}15\,m = 0{,}48\,\frac{m}{s}$

2. a) $T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} \;\Rightarrow\; D = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot m = \frac{4\pi^2\cdot 0{,}075\,kg}{(1{,}0s)^2} = 3{,}0\,\frac{N}{m}$

   b) $\frac{x_{2,max}}{x_{1,max}} = \frac{15cm}{20cm} = 0{,}75 \;\Rightarrow\; \frac{E_{ges,2}}{E_{ges,1}} = \frac{0{,}5\cdot D\cdot\left(x_{2,max}\right)^2}{0{,}5\cdot D\cdot\left(x_{1,max}\right)^2} = \left(\frac{x_{2,max}}{x_{1,max}}\right)^2 = 0{,}75^2 = 0{,}5625 \approx 56\%$

   Pro Schwingungsdauer gehen also etwa 44% der mechanischen Energie verloren.

   c) $\frac{x_{2,max}}{x_{1,max}} = \frac{15cm}{20cm} = 0{,}75 \;\Rightarrow$ also $x_{n,max} = 0{,}75^{n-1}\cdot x_{1,max} = 0{,}75^{n-1}\cdot 20cm$

   $x_{n,max} < 1{,}0cm \;\Leftrightarrow\; 0{,}75^{n-1}\cdot 20cm < 1{,}0cm \;\Leftrightarrow\; 0{,}75^{n-1} < \frac{1}{20} \;\Leftrightarrow\; n \geq 11$ (durch Probieren)

   Nach etwa 11 Schwingungsdauern (d.h. ca. 11s) beträgt die maximale Auslenkung weniger als 1,0cm.

3. a) $m\cdot g = D\cdot\Delta x \;\Rightarrow\; \frac{m}{D} = \frac{\Delta x}{g} = \frac{0{,}20\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}$ und damit $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}20\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 0{,}90\,s$

   b) $v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{9{,}81\,m/s^2}{0{,}20\,m}}\cdot 0{,}20m = 1{,}4\,\frac{m}{s}$

4. Eine Schwingungsamplitude von x_{max} = 8,0cm bedeutet, dass beim Anhängen der Masse an die Feder diese um genau 8,0cm gedehnt wird.

   Wegen $m\cdot g = D\cdot\Delta x \;\Rightarrow\; D = \frac{m\cdot g}{\Delta x} = \frac{0{,}200\,kg\cdot 9{,}81\,N/kg}{0{,}080\,m} = 24{,}52...\frac{N}{m} \approx 25\,\frac{N}{m}$

   $T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{0{,}20kg}{24{,}5\,N/m}} = 0{,}57\,s$ und

   $v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\cdot x_{max} = \sqrt{\frac{24{,}5\,N/m}{0{,}200\,kg}}\cdot 0{,}080\,m = 0{,}89\,\frac{m}{s}$