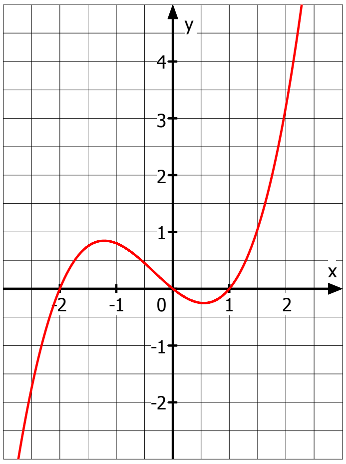
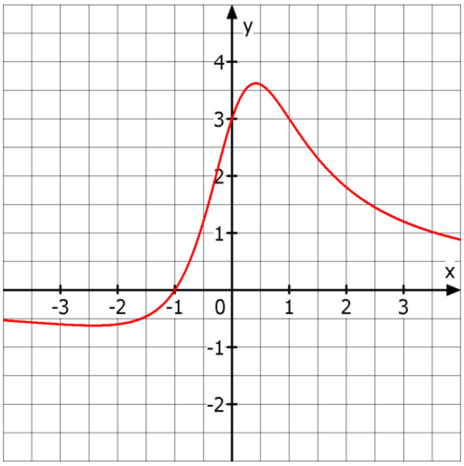
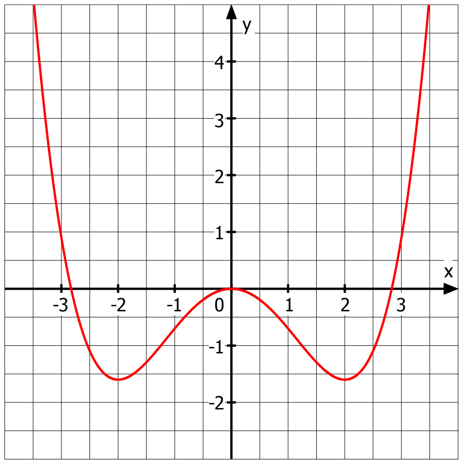
Q11 * Mathematik * Aufgaben zur Ableitungsfunktion

1. Skizzieren Sie zu den Funktionen f, g und h jeweils auch die zugehörige Ableitungsfunktion.



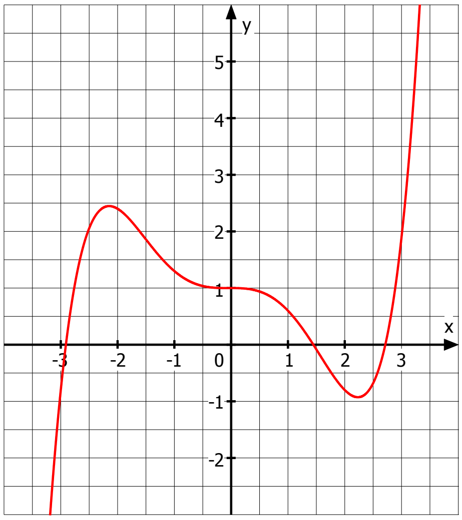




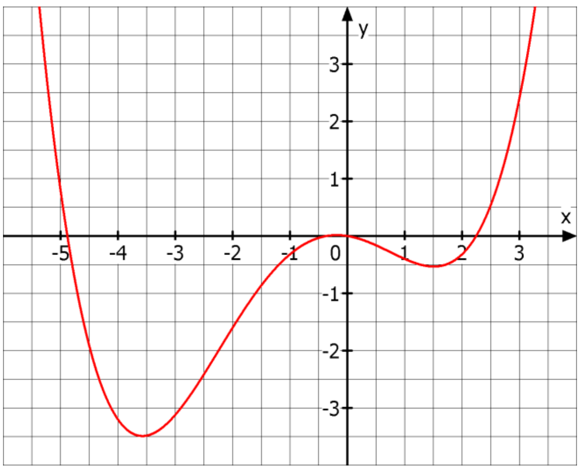
$f(x) = 0{,}4 \cdot (x^3 + x^2 - 2x)$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{3+3x}{1+x^2}$ $\qquad$ $h(x) = 0{,}1 \cdot (x^4 - 8x^2)$

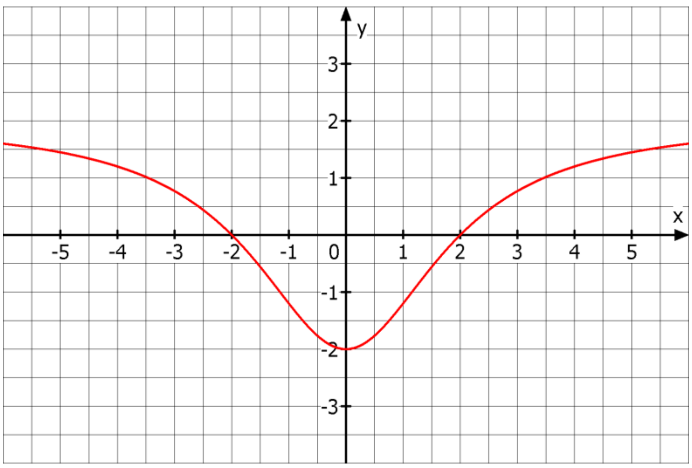
2. Das Bild zeigt den Graphen der Funktion
$f(x) = 0{,}05 \cdot (x^5 - 8x^3 - x^2) + 1$
Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen über die Ableitung f´ jeweils wahr oder falsch sind.
   a) f´ hat eine doppelte Nullstelle.
   b) f´ hat drei Nullstellen.
   c) Der Graph von f´ hat im Intervall $]-\infty; 0]$ einen Hochpunkt.
   d) Der Graph von f´ hat im Intervall $]-\infty; 0]$ einen Tiefpunkt.
   e) Die Graphen von f und f´ schneiden sich im Intervall $[0 ; 2{,}5]$ genau einmal.

   Skizzieren Sie den Graph der Ableitungsfunktion f´!



3. Skizzieren Sie jeweils den Graph der Ableitungsfunktion zur abgebildeten Funktion.

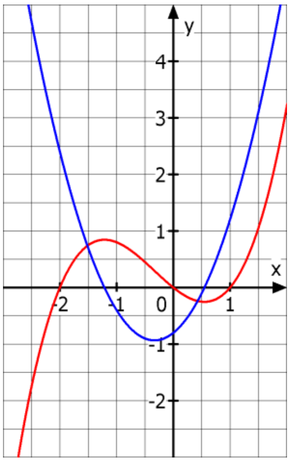


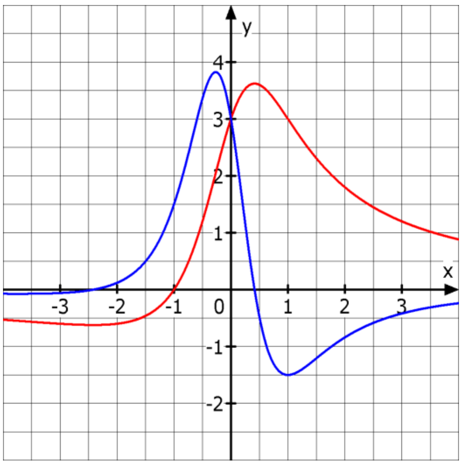


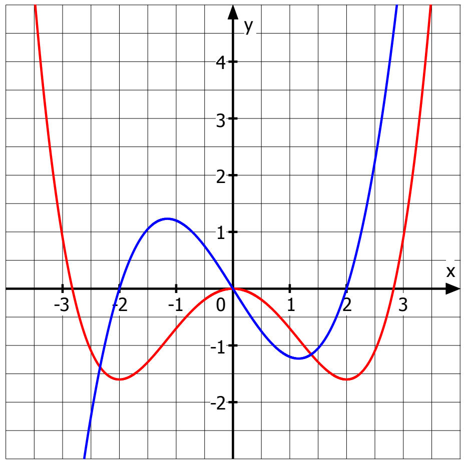
Was folgt aus der Achsensymmetrie des Graphen von f für die Symmetrie des Graphen von f´ ?

Q11 * Mathematik * Aufgaben zur Ableitungsfunktion * Lösungen

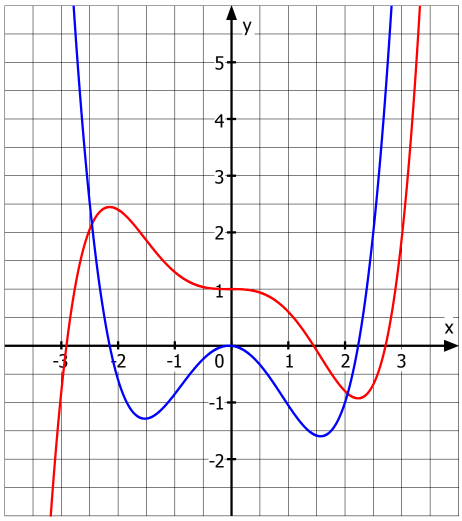
1.







2.



a) f´ hat eine doppelte Nullstelle bei $x_1 = 0$, da f bei x_1 eine waagrechte Tangente hat und dort monoton fällt.

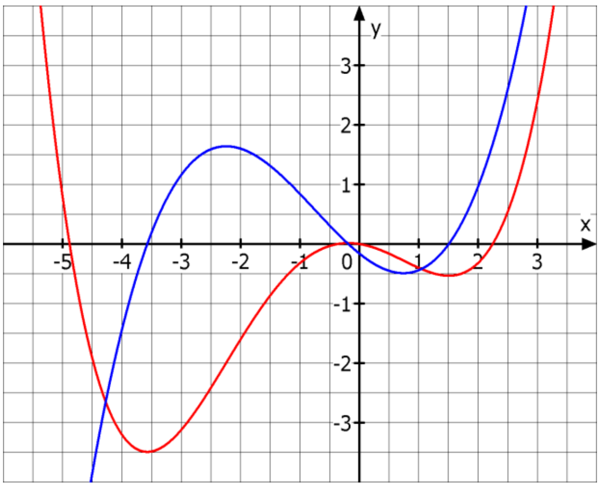
b) f hat drei Stellen mit waagrechter Tangente und f´ hat damit drei Nullstellen.

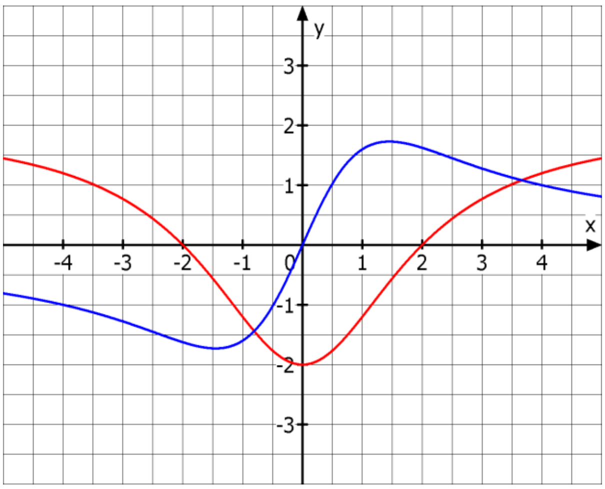
c) Der Graph von f´ hat im Intervall $]-\infty; 0]$ keinen Hochpunkt, denn es gibt in diesem Intervall keine „steilste“ Stelle des Graphen von f.

d) Der Graph von f´ hat im Intervall $]-\infty; 0]$ einen Tiefpunkt, denn es gibt in diesem Intervall für G_f eine Stelle mit „maximaler negativer“ Steigung.

e) Die Graphen von f und f´ schneiden sich im Intervall $[0\,;\,2{,}5]$ genau einmal, denn f´(x) nimmt in $[1{,}5\,;\,2{,}2]$ von ca. -1,5 auf ca. 0 monoton zu während f(x) in diesem Intervall von 0 auf ca. -1 abnimmt.

3.





(Hinweis zur Verwendung eines Funktionsplotters:

Die beiden Funktionen lauten $y = 0{,}04(x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 4x) + 0{,}55$ und $y = \frac{2\cdot(x^2-4)}{4+x^2}$)

Aus der Achsensymmetrie von G_f folgt Punktsymmetrie des Graphen von f´.